

27/01/2011 – COMPITO DI TEORIA DEI SISTEMI

Esercizio 1. Disegnare i diagrammi di Bode della seguente funzione di trasferimento:

$$W(s) = \frac{1}{(s-5)(s^2+1)}$$

Si ponga il sistema in controreazione unitaria, con un guadagno variabile K in catena aperta. Si discuta la stabilità asintotica del sistema a ciclo chiuso e si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in \mathbb{R}$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema lineare stazionario a **tempo discreto**:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1 \quad 0].$$

- i) Discutere le proprietà dei modi naturali;
- ii) calcolare per quali valori dello stato iniziale $x(0)$ l'evoluzione libera dell'uscita corrisponde a un gradino unitario;
- iii) calcolare la funzione di trasferimento e la risposta del sistema all'ingresso: $u(t) = 2^t$.

Esercizio 3. Sia data la seguente matrice di funzioni di trasferimento:

$$W(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{(s+2)^2} \\ \frac{s}{s-2} \end{bmatrix}.$$

Calcolare una rappresentazione con lo spazio di stato *minima* utilizzando entrambe le forme compagne (raggiungibile/osservabile).

Esercizio 4. Sia dato il seguente sistema lineare a tempo continuo stazionario rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 1 \quad -1 \quad 0]$$

- i) Si discutano le proprietà strutturali del sistema, si costruisca una base dello spazio degli stati inosservabili e una base dello spazio degli stati raggiungibili, e si determini se i seguenti vettori dello spazio di stato sono raggiungibili e/o osservabili:

$$x_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad x_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0]^T, \quad x_3 = [0 \ 0 \ 1 \ 0]^T, \quad x_4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T, \quad x_5 = [1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

- ii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati raggiungibili e non raggiungibili;
- iii) si determini un cambio di coordinate che decomponga lo spazio di stato nello spazio degli stati osservabili e inosservabili;
- iv) si determini un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in forma canonica di Kalman, se ne individui la rappresentazione in forma minima e se ne calcoli la funzione di trasferimento.

NB:

- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi (9 CFU)” svolgano i punti 1), 2), 4-i)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi I (6 CFU)” svolgano i punti 1), 2)
- Gli studenti di “Teoria dei Sistemi II (6 CFU)” svolgano i punti 3), 4)

TEMPO A DISPOSIZIONE (PER TUTTI): 2 ORE – LIBRI CHIUSI.