

## TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 10-01-2012

**Problema 1.** Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta, in cui  $K$  è un guadagno variabile:

$$W(s) = \frac{K}{s^2(s+1)^2}.$$

1. Si disegnino i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento  $W(s)$  per  $K = 1$ ;
2. si disegni il diagramma polare della funzione di trasferimento  $W(s)$  per  $K = 1$ ;
3. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
4. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di  $K \in (-\infty, \infty)$  utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

**Problema 2.** Dato il seguente sistema a tempo continuo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) & A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} & B &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) & C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, & D &= 0 \end{aligned}$$

se ne calcoli la risposta dell'uscita al gradino unitario in ingresso.

**Problema 3.** Dato il sistema caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento ingresso-uscita

$$W(s) = \frac{5}{(s+2)^2}$$

se ne calcoli la risposta armonica all'ingresso  $u(t) = \cos(2t)$ .

**Problema 4.** Dato il sistema  $\dot{x}(t) = Ax(t)$ ,  $y(t) = Cx(t)$  caratterizzato dalle matrici

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

si trovi una base per lo spazio degli stati inosservabili, ed un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in un sottosistema osservabile ed uno inosservabile.

**Problema 5.** Dato il seguente sistema

$$\dot{x}(t) = \alpha x(t) - x^3(t), \quad x(t) \in \mathbb{R},$$

se ne determinino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro  $\alpha \in (-\infty, \infty)$ .

**Tempo a disposizione: 2 ore.**

---

*Per gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I, nel primo problema lo studio della stabilità a ciclo chiuso con il criterio di Routh è facoltativo.*

---