TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 24-01-2012

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta, in cui K è un guadagno variabile:

$$W(s) = \frac{K(8-8s)}{(10+s)(s^2+16)}.$$

1. Si disegnino i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento $W(s)$ per $K=1$;
2. si disegni il diagramma polare della funzione di trasferimento $W(s)$ per $K=1$;
3. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
4. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Dato il seguente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \qquad A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0 & -0.8 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \qquad D = 0$$

se ne calcoli la risposta dell'uscita al gradino unitario in ingresso.

Problema 3. Dato il sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento ingresso-uscita

$$W(s) = \frac{2}{(s+1)(s+16)},$$

1. se ne calcoli la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos(2t)$;
2. si calcoli per quale valore di pulsazione una sinusoide in ingresso subisce uno sfasamento di $-\pi/2$.

Problema 4. Dato il sistema $x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$, caratterizzato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili, ed un cambiamento di coordinate che decomponga il sistema in un sottosistema raggiungibile ed uno non raggiungibile.

Problema 5. Dato il seguente sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1^3(t)\big(\alpha x_2(t) + 1\big)^2 \\ \dot{x}_2(t) &= \alpha x_2(t) + 1 \end{aligned} \qquad x(t) \in \mathbb{R}^2,$$

se ne determinino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $\alpha \in (-\infty, \infty)$.

Tempo a disposizione: 2 ore.

Per gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I, nel primo problema lo studio della stabilità a ciclo chiuso con il criterio di Routh è facoltativo.
