TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 19-11-2012

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario, caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K\frac{10}{(s-1)(s+1)(s+5)^2}.$$

1. Se ne disegnino i diagrammi di Bode e il diagramma polare per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh.

Problema 2. Sia dato il sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Si discutano le proprietà dei modi naturali;
2. Si calcoli la matrice di transizione dello stato e^{At};
3. Si calcoli la funzione di trasferimento ingresso-uscita.

Problema 3. Dato il sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente riposta impulsiva

$$w(t) = 3\,e^{-t} + 2\,e^{-2t},$$

si calcolino la risposta al gradino unitario e la risposta armonica all'ingresso $u(t) = \cos(2\,t)$.

Problema 4. Sia dato il sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Siano $y(0) = 2$, $y(1) = 0$ e $y(2) = 0$ le osservazioni dell'uscita nei tre istanti di tempo $t = 0, 1, 2$.
Si verifichi l'osservabilità del sistema, e si calcoli il valore di $y(3)$.
(*Suggerimento:* NON utilizzare né la trasformata Z, né la decomposizione spettrale della matrice A).

Problema 5. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^3(2 - x_2)^2 \\ \dot{x}_2 = (2 - x_2)(x_1^2 + \alpha) \end{cases}$$

Si studi la stabilità del punto di equilibrio $x_e = (0, 2)$ al variare del parametro $\alpha \in (-\infty, \infty)$ usando sia il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio, sia il metodo di Lyapunov (si utilizzi una funzione quadratica).

Tempo a disposizione: 2.

Gli studenti del corso di Teoria dei Sistemi I (6 CFU) devono rispondere ai quesiti 1, 2 e 3.
