TEORIA DEI SISTEMI

Prof. C. Manes, Prof. A. Germani

Compito d'esame del 10-07-2013

Problema 1. Si consideri un sistema di controllo a feedback unitario caratterizzato dalla seguente funzione di trasferimento in catena diretta

$$W(s) = K\frac{s+2}{s(s^2+1)}$$

1. Si disegnino i diagrammi di Bode e i diagrammi polari della funzione di trasferimento per $K = 1$;
2. si calcoli il denominatore della funzione di trasferimento a ciclo chiuso;
3. si calcoli il numero di poli a parte reale positiva della funzione di trasferimento a ciclo chiuso al variare di $K \in (-\infty, \infty)$ utilizzando sia il criterio di Nyquist che il criterio di Routh;

Problema 2. Sia dato il seguente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \qquad \text{dove} \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{\pi^2}{4} & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

1. Si discutano le proprietà dei modi naturali;
2. Si calcoli la matrice di transizione dello stato;
3. Si calcolino la risposta impulsiva e la funzione di trasferimento ingresso-uscita;

Problema 3. Dato il sistema a tempo continuo caratterizzato dalla seguente risposta impulsiva

$$w(t) = 4\,e^{-2t} - e^{-t}$$

se ne calcoli la risposta al gradino unitario. Inoltre, dato l'ingresso $u(t) = \sin(3\,t)$, si calcolino la risposta forzata e la risposta armonica.

Problema 4. Si consideri il sistema lineare e stazionario a tempo continuo rappresentato dalle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Si trovi una base per lo spazio degli stati raggiungibili e una base per lo spazio degli stati inosservabili. Inoltre, si individuino i 4 sottospazi $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$, $\mathcal{X}_3$ e $\mathcal{X}_4$ della decomposizione strutturale di Kalman.

Problema 5. Si verifichi se la seguente funzione matriciale

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-2t} - e^{-t} & e^{-2t} - e^{-t} \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix}$$

è una matrice di transizione dello stato di un sistema a tempo continuo.

Problema 6. Sia dato il sistema

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\alpha\, x_1(t) + 2\, x_1(t) x_2^2(t) \\ \dot{x}_2(t) = (\alpha - 1) x_2(t) - x_1^2(t) x_2(t) \end{cases}$$

si studi la stabilità dell'origine al variare del parametro $\alpha \in (-\infty, \infty)$ usando il metodo della linearizzazione attorno al punto di equilibrio e, se necessario, il metodo di Lyapunov.

Tempo a disposizione: 2 ore e mezza.

Risolvere almeno 4 dei 6 problemi assegnati.
