

I VERIFICA DI GEOMETRIA A
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA - CORSO DI LAUREA IN FISICA
5 NOVEMBRE 2018

ESERCIZIO 1. Si consideri il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + hy + hz = 2h \\ hx + y + hz = 2 \\ hx + hy + z = 2h \end{cases}$$

al variare di $h \in \mathbb{R}$.

Determinare, se esistono, valori del parametro $h \in \mathbb{R}$, per i quali il sistema è compatibile e in caso di sistema compatibile trovare la/e soluzione/i del sistema.

ESERCIZIO 2. Sia $V = \mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ lo spazio dei polinomi a coefficienti reali di grado al più 3 e sia

$$U = \{p(x) \in V \mid p(0) = p(-1) = 0\}.$$

- (a) Dimostrare che U è un sottospazio vettoriale di V e determinarne una base.
- (b) Sia W il sottospazio generato da $\{x^2 - 1, x^3 - x\}$. Calcolare la dimensione e una base di $U \cap W$ e la dimensione e una base di $U + W$

ESERCIZIO 3. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 si consideri il punto $A = (1, -1, 1)$.

- (a) Determinare equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per A , parallela al piano $\alpha : 2x + y - z + 1 = 0$ e incidente la retta $s : x - z - 1 = y - 2z - 3 = 0$.
- (b) Determinare l'angolo convesso tra la retta r e il piano $\beta : x + y - z - 3 = 0$.
- (c) Determinare la distanza del punto $P = (1, 2, 0)$ dalla retta s e il punto $Q \in s$ più vicino a P .

I VERIFICA DI GEOMETRIA A
 CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA - CORSO DI LAUREA IN FISICA
 4 NOVEMBRE 2019

ESERCIZIO 1. Si consideri il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} hx + y + hz = k \\ x + 2hy - hz = 1 \\ -2hy + hz = k \end{cases}$$

- (a) Determinare, al variare dei parametri $h, k \in \mathbb{R}$, lo spazio delle soluzioni del sistema dato.
- (b) Dire se esistono valori di h e k per i quali la terna $(1, -1, 0)$ appartiene allo spazio delle soluzioni.

ESERCIZIO 2. Sia $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ lo spazio dei polinomi a coefficienti reali di grado al più 3. Sia

$$U = \{p(x) \in V \mid p(0) = p(4) = 0\}.$$

- (a) Provare che U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$.
- (b) Trovare una base per U .
- (c) Si considerino i polinomi: $p_1(x) = x^2 - x^3$, $p_2(x) = x$, $p_3(x) = h - x^3$, con $h \in \mathbb{R}$ e sia W il sottospazio generato da $p_1(x), p_2(x), p_3(x)$. Calcolare:
 - (i) una base di W ;
 - (ii) la dimensione di $U \cap W$ e $U + W$, rispettivamente.

ESERCIZIO 3. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 si consideri la retta r di equazioni parametriche $x = 3+t, y = -1+t, z = 2$ e la retta s di equazioni cartesiane $s : y = -2x+5, z = x+2$.

- (a) Trovare la minima distanza tra la retta r e la retta s .
- (b) Trovare i punti R e S sulle due rette tra loro più vicini.
- (c) Dire se il piano π di equazione $2x - y + 3z - 5$ appartiene al fascio di piani individuato dalla retta s .

I VERIFICA DI GEOMETRIA A
 CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA - CORSO DI LAUREA IN FISICA
 4 NOVEMBRE 2019

ESERCIZIO 1. In \mathbb{R}^4 si considerino i sottospazi U e W , dove U è generato dai vettori $u_1 = (1, 1, 0, 1)$, $u_2 = (2, -1, 1, 0)$, $u_3 = (1, 1, h, 1)$, con $h \in \mathbb{R}$, e

$$W := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 0\}$$

- (a) Trovare una base di W .
- (b) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane per U .
- (c) Determinare una base per $U \cap W$, al variare di $h \in \mathbb{R}$.
- (d) Trovare un sottospazio supplementare a W .

ESERCIZIO 2. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 si consideri il punto $P = (3, 2, 1)$.

- (a) Scrivere le equazioni cartesiane della retta r passante per P , perpendicolare alla retta $r_1 : \frac{x+1}{3} = y-2 = -\frac{z}{2}$ e incidente la retta $r_2 : x-3y-z = x+7y+z-6 = 0$.
- (b) Calcolare la distanza tra la retta r e la retta r_1 .

ESERCIZIO 3. Si consideri il seguente sistema di equazioni lineari omogeneo

$$\begin{cases} 2hx - hz = 0 \\ (h-1)x + (h+1)y - hz = 0 \\ x + 3hy - 2hz = 0 \end{cases}$$

- (a) Determinare, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, lo spazio delle soluzioni del sistema dato.
- (b) Dire se esistono valori di h per i quali la terna $(0, 1, 1)$ appartiene allo spazio delle soluzioni.

I VERIFICA DI GEOMETRIA A
 CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA - CORSO DI LAUREA IN FISICA
 23 NOVEMBRE 2020

ONLINE SU TEAMS

ESERCIZIO 1. Nello spazio $M_2(\mathbb{R})$ si considerino i seguenti sottospazi:

U è lo spazio generato dalle matrici

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

W è lo spazio generato dalle matrici

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare una base per i sottospazi $U + W$ e $U \cap W$, rispettivamente.
- (b) Sia $S := \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 3 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R}\} \subset M_2(\mathbb{R})$. Dire, giustificando la risposta, se S è un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$.

ESERCIZIO 2. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 si consideri il piano $\pi : 2hy - hz = k$ e la retta r di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} hx + y + hz = k \\ x + 2hy - hz = 1 \end{cases}$$

al variare dei parametri reali h, k .

- (a) Determinare un vettore direttore della retta r .
- (b) Determinare, al variare dei parametri $h, k \in \mathbb{R}$, la posizione della retta r rispetto al piano π .
- (c) Determinare la distanza del punto $P = (1, -2, 3)$ dal piano π che si ottiene per $h = 2, k = 3$.

I VERIFICA DI GEOMETRIA A
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA - CORSO DI LAUREA IN FISICA
23 NOVEMBRE 2020

ONLINE SU TEAMS

ESERCIZIO 1. In \mathbb{R}^4 si considerino i sottospazi U e W , dove U è generato dai vettori $u_1 = (1, 1, 0, 1)$, $u_2 = (2, -1, 1, 0)$, $u_3 = (1, 1, h, 1)$, con $h \in \mathbb{R}$, e

$$W := \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 = 0\}$$

- (a) Trovare una base di W .
- (b) Scrivere equazioni parametriche e cartesiane per U .
- (c) Determinare una base per $U \cap W$, al variare di $h \in \mathbb{R}$.

ESERCIZIO 2. Nello spazio euclideo \mathbb{R}^3 si consideri il punto $P = (1, 2, 3)$ e la retta r di equazioni cartesiane

$$r : \begin{cases} x - 2y + 5 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

- (a) Determinare tutte le rette passanti per P e perpendicolari alla retta r e l'equazione cartesiana del piano che le contiene.
- (b) Scrivere le equazioni cartesiane della proiezione ortogonale della retta r sul piano $\pi : 2x - y + z - 3 = 0$.
- (c) Calcolare la distanza del punto P dalla retta r .