

-
- Consegnare solo la scansione della bella copia in un unico file .pdf
 - Scrivere su ogni foglio Nome, Cognome e Matricola e firmare la prima pagina.
 - Per ritirarsi consegnare un foglio con Nome, Cognome e Matricola e la scritta "ritirata/o".
 - Non è consentito usare calcolatrici, libri o appunti.
-

Domanda 1

[4 punti]

- (i) Dare la definizione di convergenza di una successione $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ al limite $l \in \mathbb{R}$.
- (ii) Dare l'esempio di una successione convergente al limite $l = e^\pi$.
-

Domanda 2

[4 punti]

- (i) Enunciare il teorema di Fermat.
- (ii) Dare un esempio di un punto critico di una funzione f che *non* sia un punto di estremo locale.
-

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} n \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{(x^2)} - x \cdot \ln(1 + 3x) - \cos(2x)}{x \cdot \sin(x^2)}$$

Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \cdot (\ln(3x))^2} dx$$

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di $f(x, y) = \ln(2 + \sin(xy))$ nel punto $(x_0, y_0) = (1, \pi)$.

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 \cdot y}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
