Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **10.2.09**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare le definizioni di successione monotona, di successione crescente e di successione limitata.

(ii) Enunciare il teorema di convergenza delle successioni monotone.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di punto di massimo locale per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il Teorema di Fermat per una funzione di più variabili.

Risposta

(i)

(ii)

facsimile

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $f(0) = 1$ e $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ se $x \neq 0$. Allora

- [a] f non é integrabile in $[-2, 81]$
- [b] f é limitata in $\mathbb{R}$
- [c] $f'(0) = 0$
- [d] f é strettamente crescente

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$ tali che $(x - x_0)\big(f(x) - f(x_0)\big) > 0$ per $0 < |x - x_0| < \delta$. Allora f ha in x_0 un punto di

- [a] massimo relativo
- [b] minimo relativo
- [c] crescenza stretta
- [d] decrescenza stretta

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ una serie assolutamente convergente. Allora

- [a] esiste $m \in \mathbb{N}$ tale che $\forall\, n > m$, $|a_{n+1}| \leq |a_n|$
- [b] $|a_n| \leq \dfrac{1}{n}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$
- [c] per ogni $\varepsilon > 0$, $|a_{63}| < \varepsilon$
- [d] esiste $m \in \mathbb{N}$ tale che $3a_m - 1 < 0$

Risoluzione

facsimile

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-x} - 1 + \sin(x)}{x^2}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare $\displaystyle\int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x})\, dx$.

Risoluzione

facsimile

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici di di $f(x, y) = (x - y + 1) \cdot e^{xy}$ e classificarli.

Risoluzione

facsimile