Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **10.9.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza di una successione $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Dare un esempio di una successione convergente al limite $l = \pi$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^1[a,b]$ tale che $f'(a) \cdot f'(b) < 0$. Allora

a f è decrescente

b f ha un unico punto di massimo in $[a,b]$

c f ha un punto critico in $[a,b]$

d esiste $c \in [a,b]$ tale che $f(c) = 0$

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergenza della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n \cdot \left[\alpha - \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right] \right)^n$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \big(\ln(x) + 1\big)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $f(x,y) = 3 + \sin\big(x + \cos(y)\big)$, $P_0 = (\pi, \frac{\pi}{2})$ e $v = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. Calcolare la derivata direzionale $D_v f(P_0)$ e l'equazione del piano tangente di f in P_0.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin^2(xy)}{x^2+y^2}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \ln\left(\dfrac{1}{1-\cos(x)}\right)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione