

Cognome Nome A.A.

Matricola Corso di Laurea

Domanda 1

[5 punti]

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

(i) Dare la definizione di $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$.

(ii) Scrivere una successione $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ per cui valga $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$.

Risposta

(i) _____

chr. copio 9cfu

(ii) _____

Domanda 2

[5 punti]

(i) Enunciare il teorema di Lagrange (chiamato anche teorema del valor medio).

(ii) Trovare un punto c del teorema di Lagrange per $f(x) = x^2 - x + 1$ in $[2, 4]$.

Risposta

(i) _____

chr. copio 9CFU

(ii) _____

c = 3

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k! + 17}{(k+1)!} = +\infty$$

Risoluzione

ch. compilo 9 CPA

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \cdot \sin\left(\frac{3+n}{7+n^5}\right)}{1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)} = 0$$

Risoluzione

ch. compilo 9 CPA

Esercizio 3

[6 punti]

Calcolare l'equazione della retta tangente t al grafico di $f(x) = \sqrt{3+x^6}$ nel punto $x_0 = 1$.

Risoluzione

$$\bullet f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$\bullet f(x_0) = f(1) = \sqrt{3+1^6} = 2$$

$$\bullet f'(x) = \frac{1}{2}(3+x^6)^{-1/2} \cdot 6x^5 \Rightarrow$$

$$f'(x_0) = f'(1) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 + \frac{3}{2}(x-1) = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

Esercizio 4

[6 punti]

Calcolare l'integrale

$$I := \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \cdot \cos(x^2) dx$$

Risoluzione

Sostituzione: $x^2 = t \Rightarrow$

- $\frac{dt}{dx} = 2x$ cioè $2x dx = dt$

- $x=0 \Rightarrow t=0$

- $x=\sqrt{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$

Quindi

$$I = \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \underbrace{\cos(x^2)}_t \cdot \overbrace{2x dx}^{=dt} = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(t) dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sin(t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \cdot (1 - 0) = \frac{\pi}{2}$$