Istituzioni di Matematiche 1° Modulo $\boxed{\text{6 CFU}}$ **Durata: 90 min.** **12.9.16**

Firma: ....

Cognome .... **Nome** ....

A.A. .... **Matricola** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

Domanda 1

[5 punti]

(i) Dare la definizione di funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua in $x = c$.

(ii) Disegnare il grafico di una funzione $f : [2, 5] \to \mathbb{R}$ continua in $x = 3$ e non continua in $x = 4$.

Risposta

(i)

cfr. compito 9CFU

(ii)

Domanda 2

[5 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che la funzione $f(x) = 7 - x^2 - x^3$ ammette uno zero nell'intervallo $[1, 2]$.

Risposta

(i)

— " —

(ii)

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k! + 23}{(k+1)!}$$

Risoluzione

Chr. capito 9 CFU

Esercizio 2

[6 punti]

Trovare la retta tangente in 2 alla funzione $f(x) = 7 + \sqrt{12 + x^2}$.

Risoluzione

- $f(x) = f(2) + f'(2) \cdot (x-2)$
- $f(2) = 7 + \sqrt{12 + 2^2} = 7 + \sqrt{16} = 11$
- $f'(x) = \frac{1}{2}(12 + x^2)^{-1/2} \cdot 2x \Rightarrow f'(2) = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 4} = 1/2$

$\Rightarrow f(x) = 11 + \frac{1}{2}(x-2)$

Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\ell := \lim_{x,\to 0} \underbrace{\frac{(e^x - 1)\cdot \sin(x^2)}{(1-\cos(x))\cdot \ln(1+x)}}_{=: h(x)}.$$

Risoluzione

$$h(x) \sim \frac{x \cdot x^2}{\frac{x^2}{2}\cdot x} = \frac{1}{1/2} = 2 \quad \text{per } x \to 0$$

$$\Rightarrow \ell = 2$$

Esercizio 4

[6 punti]

Calcolare l'integrale

$$I := \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\overbrace{x \, dx}^{= dt/2}}{\underbrace{\sqrt{1+x^2}}_{= \sqrt{t}}} \, .$$

Risoluzione

Sost.: $1+x^2 = t$. $\Rightarrow$
- $x = 0 \Rightarrow t = 1 + 0^2 = 1$
- $x = \sqrt{3} \rightarrow t = 1 + (\sqrt{3})^2 = 4$
- $\frac{dt}{dx} = 2x \Rightarrow x \cdot dx = \frac{dt}{2}$

Quindi

$$I = \int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{t}} \, dt = \frac{1}{2} \cdot \int_1^4 t^{-1/2} \, dt$$

$$= \frac{1}{2} \cdot t^{1/2} \cdot \frac{1}{1/2} \Big|_1^4 = \sqrt{t} \Big|_1^4 = \sqrt{4} - \sqrt{1} = 2 - 1$$

$$= 1$$