Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **12.6.23**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che l'equazione $\ln(x) = \sin(x)$ ammette almeno una soluzione $x > 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivabilità di una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ nel punto $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \dfrac{x^2}{1+x}$ nel punto $x_0 = 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n \cdot \frac{n^2}{2^n}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x} + \ln(1+x) - 1}{x \cdot \big(1 - \cos(x)\big)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi^2} \sin\sqrt{x}\, dx.$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale della funzione $f(x, y) = x \cdot e^{(\sin(x)+y)}$ nel punto $(x_0, y_0) = (\pi, 1)$ nella direzione $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione $f(x) = (2x^2 - 5x + 2) \cdot e^x$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione