Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **13.1.09**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza per una serie numerica (definenendo la successione delle somme parziali).

(ii) Descrivere il comportamento della serie $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ al variare di $q \in \mathbb{R}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale.

(ii) Calcolare $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\int_0^x \cos\big(\sin(1/t)\big)\,dt}{x}$. (Suggerimento: L'Hospital)

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una successione limitata e $L = \sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$. Allora

- [a] $L = \lim_{n\to\infty} a_n$
- [b] Se $L = \lim_{n\to\infty} a_n$, allora $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ è crescente
- [c] $a_n < L$ per ogni $n \in \mathbb{N}$
- [d] $\forall\, \epsilon > 0\ \exists\, n \in \mathbb{N}$ tale che $a_n + \epsilon \geq L$

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sia $f : D \to \mathbb{R}$ derivabile tale che $f'(x) = 0\ \forall\, x \in D$. Allora l'unica risposta sbagliata è

- [a] Se $[a, b] \subset D$ allora $\big(f(a) - f(b)\big) \cdot \big(f(a) + f(b)\big) = 0$
- [b] f è costante in D
- [c] Se $\exists\, x,\, y \in D$ tali che $f(x) < f(y)$ allora D non è un intervallo
- [d] f é continua in D

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Sia $g \in C^1(\mathbb{R})$ dispari e tale che $g(1) = -5$. Allora

- [a] $g(x) = -5x^3$
- [b] g è derivabile due volte in $x = 0$ e $g''(0) = 0$
- [c] $\exists\, \delta$ tale che g è monotona in $(-\delta, \delta)$
- [d] l'equazione $g(x) + 5x = 0$ ha almeno tre soluzioni

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \cos(x) - \sin(x)}{e^{x^2} - e^{x^3}}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare i punti critici di di $f(x, y) = x - x^3 - xy^2$ e classificarli.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Calcolare

$$\int_0^1 x \cdot \arctan(x)\, dx$$

Risoluzione