**Analisi Matematica 1, Scritto 3-B. Durata della prova: 2 ore** **13.1.09**

**Cognome:** ..... **Nome:** .....

**Matricola:** ..... **Corso di Laurea:** .....

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| E6 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di estremo inferiore di un insieme $D \subset \mathbb{R}$.

(ii) Trovare l'estremo superiore, inferiore, massimo e minimo di $D = \left\{ \frac{n-2}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$.

### Risposta

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di derivata parziale $f_y(x, y)$ per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Calcolare $f_x(0, 0)$ e $f_y(0, 0)$ per $f(x, y) = \begin{cases} x - y & \text{se } y \neq 0, \\ 0 & \text{se } y = 0. \end{cases}$

### Risposta

(i)

(ii)

## Esercizio 1

**[3 punti]**

Sia $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$ e sia $b_n := \frac{1}{a_n}$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$

a diverge  b non è oscillante  c converge  d è asintotica a $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[3 punti]**

Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ tale che esistono $m := \min\{f(x) : x \in [a, b]\}$ e $M := \max\{f(x) : x \in [a, b]\}$. Allora

a $f(a) = M$, $f(b) = m$ implica $f$ decrescente

b per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $x \in [a, b]$ tale che $m + \varepsilon \geq f(x)$

c esiste $x \in [a, b]$ tale che $f'(x) = 0$

d per ogni $y \in [m, M]$ esiste $x \in [a, b]$ tale che $f(x) = y$

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[4 punti]**

Sia $p(x)$ il polinomio di McLaurin di ordine 1 di $f(x) = 1 - \int_2^x \cos(t^2 - \pi)\, dt$. Allora $p'(0)$ vale

a $1$  b $-1$  c $0$  d non si può calcolare

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x^2) - \sin^2(x)}{x^2 \cdot \ln\big(\cos(x)\big)}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[4 punti]**

Trovare i punti critici di di $f(x,y) = x^4 - 4x^2y + y$ e classificarli.

### Risoluzione

## Esercizio 6

**[4 punti]**

Calcolare

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x^3 \cos(x^2)\, dx$$

### Risoluzione