Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore **13.6.11**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** .... **Canale:** A B C D

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di funzione crescente.

(ii) Verificare se $f(x) = 1 + \ln\bigl(2 + e^{3x}\bigr)$, $x \in \mathbb{R}$, è crescente.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare la formula di Taylor con resto di Peano.

(ii) Calcolare il polinomio di McLaurin di ordine $n = 3$ di $f(x) = x^5 - 7x^3 + 2x - 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $\sum_{n=0}^{n} a_n$ una serie convergente. Allora la serie $\sum_{n=0}^{n} (-1)^n \cdot a_n^2$

- $\boxed{\text{a}}$ è oscillante
- $\boxed{\text{b}}$ converge semplicemente ma non assolutamente
- $\boxed{\text{c}}$ converge assolutamente
- $\boxed{\text{d}}$ non si può stabilire il carattere di $\sum_{n=0}^{n} (-1)^n \cdot a_n^2$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}(\mathbb{R})$ tale che $(x-1) \cdot f(x) \leq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora

- $\boxed{\text{a}}$ f è derivabile in $x_0 = 1$
- $\boxed{\text{b}}$ f è decrescente
- $\boxed{\text{c}}$ $f(x) = 1 - x$
- $\boxed{\text{d}}$ $f(1) = 0$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

La derivata direzionale di $f(x,y) = x^y$ nel punto $(x_0, y_0) = (e, 1)$ nella direzione $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ è uguale a

- $\boxed{\text{a}}$ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
- $\boxed{\text{b}}$ $\dfrac{e+1}{\sqrt{2}}$
- $\boxed{\text{c}}$ 0
- $\boxed{\text{d}}$ non esiste

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} x \cdot e^{-2x} \, dx$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale doppio $\iint_D x \cdot e^y \, dx \, dy$ per $D = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4,\ x \leq 0\big\}$.

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \frac{\ln(x)}{x - \ln(x)}$ (senza calcolare $f''(x)$) e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione