Analisi Matematica (1). Durata della prova: 2 ore **13.6.24**

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivata $f'(x_0)$ per una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Calcolare l'equazione della retta tangente t di $f(x) = \frac{x^2}{x+2}$ nel punto $x_0 = 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che l'equazione $x^5 + 1 = 5x$ ammette una soluzione nel intervallo $[0, 1]$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n+2}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare il polinomio di Maclaurin di ordine 4 della funzione $f(x) = \ln\big(e \cdot (1+x^2)\big) - x \cdot \cos(x)$.

Risoluzione

Esercizio 3

[6 punti]

Disegnare il dominio $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ e^x \leq y \leq e\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D 4xy \, dx \, dy$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la convergenza del limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x \cdot \sin(x) - y \cdot \sin(y)}{x^2 + y^2}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = 1 - e^{(x^3+x^2-x)}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione