Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **14.7.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di derivabilità in $x_0 \in \mathbb{R}$ per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) Se $f : D \to \mathbb{R}$ è tale che $f'(x) = 0$ per ogni $x \in D$, allora f è costante?

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di matrice Hessiana per $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare il criterio di Hurwitz.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f : D \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x \in D$. Che cosa significa che f è continua in x?

$\boxed{\text{a}}$ Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, se $\{f(x_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge a $f(x)$, allora x_n converge a x.

$\boxed{\text{b}}$ Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ in D, $\{f(x_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge a $f(x)$.

$\boxed{\text{c}}$ Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ convergente a x, $\{f(x_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge a $f(x)$.

$\boxed{\text{d}}$ Per ogni successione $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ in D convergente a x, $\{f(x_n)\}_{n\in\mathbb{N}}$ converge a $f(x)$.

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Siano A e B due insiemi limitati non vuoti. Quale delle seguenti affermazioni è equivalente a dire che $\inf A \leq \inf B$

$\boxed{\text{a}}$ Per ogni $a \in A$, esiste $b \in B$ t.c. $a \leq b$.

$\boxed{\text{b}}$ Per ogni $\epsilon > 0$ e $b \in B$, esiste $a \in A$ t.c. $a \leq b + \epsilon$.

$\boxed{\text{c}}$ Per ogni $a \in A$ e $b \in B$, $a \leq b$.

$\boxed{\text{d}}$ Esiste b t.c. $a < b$ per ogni $a \in A$.

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è assolutamente convergente e $b_n \leq a_n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$, allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$

$\boxed{\text{a}}$ è convergente, ma non assolutamente convergente

$\boxed{\text{b}}$ è assolutamente convergente, ma non convergente

$\boxed{\text{c}}$ è divergente a $-\infty$

$\boxed{\text{d}}$ non si può concludere nulla

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Trovare il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato nell'origine della funzione

$$f(x) = \ln(1 - x + x^2)$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int_0^4 \sqrt{1 + \sqrt{x}}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici della funzione $f(x, y) = 2x^3 + 6xy + 3y^2$ e classificarli.

Risoluzione