Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **14.7.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per una funzione $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di F in (x_0, y_0).

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il criterio del rapporto per una serie numerica.

(ii) Studiare tramite il criterio precedente il carattere della serie $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Siano A e B due insiemi limitati non vuoti. Quale delle seguenti affermazioni è equivalente a dire che $\sup A = \inf B$

$\boxed{\text{a}}$ Per ogni $a \in A$ e $b \in B$, si ha $a \leq b$. Inoltre per ogni $\epsilon > 0$, esistono $a \in A$ e $b \in B$ t.c. $b - a \leq \epsilon$.

$\boxed{\text{b}}$ Esistono $a \in A$ e $b \in B$ t.c. $a \leq b$. Inoltre per ogni $\epsilon > 0$, esiste $a \in A$ e $b \in B$ t.c. $b - a \leq \epsilon$.

$\boxed{\text{c}}$ Per ogni $a \in A$ e $b \in B$, si ha $a \leq b$.

$\boxed{\text{d}}$ Per ogni $a \in A$ e $\epsilon > 0$, esiste $b \in B$ t.c. $a \leq b + \epsilon$.

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Se $a < b$ e $c \leq d$ allora

$\boxed{\text{a}}$ $a - c < b - d$ $\boxed{\text{b}}$ $b - c < a - d$

$\boxed{\text{c}}$ $a - d < b - c$ $\boxed{\text{d}}$ $c - a < d - b$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Sia $f : (1, 5) \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(2) = 3$ e $f(4) = 6$. Che cosa possiamo dire di $f\big((1, 5)\big)$.

$\boxed{\text{a}}$ è l'intervallo $[3, 6]$ $\boxed{\text{b}}$ è un intervallo limitato che contiene $[3, 6]$

$\boxed{\text{c}}$ è un intervallo che contiene $[3, 6]$ $\boxed{\text{d}}$ è un intervallo chiuso che contiene $[3, 6]$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x \ln(1+x)\cos(x) - \sin(x)}{x^2}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'area della regione di piano delimitata di grafici delle funzioni $f(x) = x$ e $g(x) = \frac{x}{2-x}$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \frac{x^3-1}{x^2}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione