Analisi Matematica, Durata della prova: 2 ore **14.2.23**

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea:** Informatica

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Enunciare il criterio del rapporto per le serie numeriche.

(ii) Dire per quale $q \in \mathbb{R}$ e a quale somma $s \in \mathbb{R}$ converge la serie geometrica $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Dare la definizione di continuià di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nel punto $x_0 \in \mathbb{R}$.

(ii) Fare l'esempio di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che è continua ma non derivabile nel punto $x_0 = 1$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\dfrac{\cos(2x) - 1}{x} + 2 \cdot \sin(x)}{x^3}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{1 - x}{1 + x}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(e,1)$ per la funzione $f(x,y) = x \cdot \ln\left(\frac{x}{y^2}\right)$ e il versore $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la derivabilità parziale nel punto $(x_0, y_0) = (1, 0)$ della funzione $f(x,y) = x \cdot |y|$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione