**Analisi Matematica (1)** **Durata della prova: 2 ore** **14.7.23**

**Cognome** ..... **Nome** .....

**Matricola** ..... **Corso di Laurea** .....

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[4 punti]**

(i) Enunciare il test di monotonia per le funzioni derivabili.

(ii) Trovare gli intervalli di crescenza della funzione $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$, $x \in \mathbb{R}$.

### Risposta

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[4 punti]**

(i) Dare la definizione di convergenza per una successione numerica $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Dare l'esempio di una successione $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergente al limite $l = \pi$.

### Risposta

(i)

(ii)

## Esercizio 1

**[5 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \cdot \cos(x) - \sin(x)}{x \cdot \ln(1 - x^2)}$$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[5 punti]**

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_0^e x \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right) \, dx$$

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[4 punti]**

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(3,1)$ per la funzione $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x+y}{y}}$ e il versore $v = \left(\dfrac{4}{5}, \dfrac{3}{5}\right)$.

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità nel punto $(x_0, y_0) = (0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\big(1-\cos(x)\big)\cdot e^y}{x^2+2y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ \frac{1}{2} & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[6 punti]**

Trovare il dominio, zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - x - 2}{x^2}\right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

### Risoluzione