Analisi Matematica 1, Scritto 1-C. Durata della prova: 2 ore **15.5.09**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di funzione integrabile secondo Riemann

(ii) Enunciare il Teorema fondamentale del calcolo integrale

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema di Fermat per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

(ii) Mostrare con un esempio che il teorema precedente è solo una condizione necessaria

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $E = \left\{ \frac{(-1)^n n}{n+1} : n = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots \right\}$. Allora

- [a] $\sup E = +\infty$, $\nexists \min E$
- [b] $\sup E = 1$, $\min E = -1$
- [c] $\sup E = 1$, $\inf E = -1$
- [d] $\sup E = 1$, $\min E = 0$

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

L'integrale improprio $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$

- [a] diverge
- [b] è uguale a $\pi/2$
- [c] è uguale a $\pi/4$
- [d] è uguale a π

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $f(-1) = f(0) = f(1)$, allora possiamo dedurne che

- [a] $f'(x) \neq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus [-1, 1]$
- [b] l'equazione $f(x) = 0$ ha almeno una soluzione
- [c] f è pari
- [d] l'equazione $f''(x) = 0$ ha almeno una soluzione

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 + \ln(x) - e^{x-1}}{(x-1)^2}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare i punti critici di di $f(x, y) = 5x^3 - 3y^5 + 15xy$ e classificarli

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Calcolare

$$\int_1^e \frac{\tan\big(\ln(x)\big)}{x}\,dx$$

Risoluzione