Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **16.6.10**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C E-A 08/09

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di divergenza a $+\infty$ per una serie numerica.

(ii) Dare un esempio di una serie divergente con $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = +\infty$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di continuità per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

(ii) Determinare quanti zeri ha la funzione $f(x) = 1 - x - x^5$ nell'intervallo $[-1, 1]$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pari. Allora $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \sin(x) \cdot f(\cos(x))$

a è pari b è dispari c non è costante d non ha simmetrie

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

La successione $\left((\frac{1}{n})^{\frac{1}{n}}\right)_{n\geq 1}$

a diverge b è indeterminata c converge a 1 d è infinitesima

Risoluzione

Esercizio 3 **[3 punti]**

Sia $f \in \mathrm{C}^1[0, +\infty)$ tale che $f(0) = 0$ e $f(x) \cdot f'(x) \leq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora f è

a strettamente decrescente b $f = 0$

c strettamente crescente d nessuna delle precedente

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)\right)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare i punti critici di $f(x) = x + \ln(1 + x^2)$ in $\mathbb{R}$ e classificarli.

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Disegnare la regione $D \subset \mathbb{R}^2$ delimitata dalle rette $y = x$, $x = 1$ e $y = 4 - x$ e calcolare

$$\iint_D \cos(x + y)\, dx\, dy.$$

In alternativa per i soli studenti immatricolati nel 2008/2009:

Calcolare, se converge, l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} x^3 \cdot e^{-x^2}\, dx$.

Risoluzione