Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **16.7.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di derivata parziale $f_x(x, y)$ per una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

(ii) Dire se esiste una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ che è derivabile parzialmente ma non continua in $(0, 0)$. (Giustificare la risposta).

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}[a, b]$ tale che $f(a) \cdot f(b) > 0$. Allora

a f è costante

b $f(x) > 0$ per ogni $x \in [a, b]$

c l'insieme $\left\{e^{f(x)} : x \in [a, b]\right\}$ ammette minimo

d non esiste $c \in [a, b]$ tale che $f(c) = 0$

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare il comportamento della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{-\frac{n^2}{2}}$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0^+} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{x} \cdot \ln x}\right)$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq e,\ x \leq y \leq e\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{1}{x \cdot y}\ dx\, dy$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Data $f(x, y) = \dfrac{x}{x + y}$, trovare un versore $v \in \mathbb{R}^2$ tale che la derivata direzionale $D_v f(2, -1) = 1$.

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-3}{x-2}}$ (senza calcolare $f''(x)$) e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione