Analisi Matematica. Durata della prova: 2 ore **17.1.23**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea:** Informatica

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivabilità di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $x_0 = 0$.

(ii) Studiare la derivabilità di $f(x) := x \cdot \big(|x| - e\big)$ in $x_0 = 0$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che l'equazione $\cos(x) = \ln(1 + x)$ ammette una soluzione nell'intervallo $[0, 2]$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\pi}{n}\right)^n \cdot n!$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right) - \sin(x) - x}{x^2 \cdot \left(e^x - 1\right)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare il piano tangente in $(x_0, y_0) = (1, 4)$ al grafico della funzione $f(x, y) = \sqrt{\dfrac{2y}{1+x}}$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la continuità in $(0, 0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\big(1-\cos(y)\big)\cdot\sinh(x^2)}{x^4+2y^4} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Disegnare l'insieme $X = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_X e^{\frac{y}{x}}\, dxdy$$

Risoluzione