

Cognome..... Nome..... A.A.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Domanda 1

[5 punti]

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

(i) Dare la definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$.

(ii) Dare un esempio di funzione $f(x)$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 9$.

Risposta

(i) _____
cfm. capitolo 1-A (2 CFU)

(ii) _____

Domanda 2

[5 punti]

(i) Dare la definizione di funzione continua in x_0 per $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

(ii) Disegnare il grafico di una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua in 6 e non continua in 5.

Risposta

(i) _____
cfm. capitolo 1-A (2 CFU)

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! + 528}{(n+2)!}$$

Risoluzione

$$n! + 528 \sim n! \Rightarrow \frac{n! + 528}{(n+2)!} \sim \frac{n!}{(n+2)(n+1)n!}$$

$$= \frac{1}{(n+2)(n+1)} \sim \frac{1}{n(n+1)}$$

per $n \rightarrow +\infty$

Inoltre la serie (di termini)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} \text{ converge} \Rightarrow$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! + 528}{(n+2)!} \text{ converge.}$$

Esercizio 2

[5 punti]

Trovare l'equazione della retta tangente in $x_0 = 2$ della funzione $f(x) = 1 + x + \sqrt{12 + x^2}$.

Risoluzione

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$\bullet f(x_0) = 1 + 2 + \sqrt{12 + 2^2} = 3 + \sqrt{16} = 7$$

$$\bullet f'(x) = 1 + \frac{2x}{2\sqrt{12+x^2}} \Rightarrow f'(x_0) = 1 + \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = 7 + \frac{3}{2}(x - 2)$$

Esercizio 3

[5 punti]

Studiare la convergenza o la divergenza del seguente integrale improprio. Nel caso converga, calcolarne il valore.

$$\int_0^4 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

Risoluzione

Ch. Compito 1-A, Es. 2
(SCFU)

Esercizio 4

[7 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) = (x-2) \cdot e^x$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

• dominio: \mathbb{R}

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-2) \cdot e^x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{e^{-x}} \left(= \frac{-\infty}{+\infty} \right)$$

$$\stackrel{(H)}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{-e^{-x}} = \frac{1}{-\infty} = 0^-$$

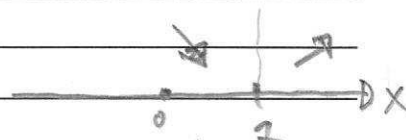
$\Rightarrow y=0$ è un asintoto orizzontale per $x \rightarrow -\infty$

$$f'(x) = 1 \cdot e^x + (x-2) \cdot e^x = (x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x=1$$

$> 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$\text{Inoltre } f'(x) > 0 \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

$\Rightarrow x_0 = 1$ è un pto. di min. loc.



(• segno di f : $f(x) > 0 \Leftrightarrow x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$)

• Grafico

