

Cognome.....Nome.....A.A.....

Matricola.....Corso di Laurea

Domanda 1

[5 punti]

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

- (i) Enunciare il teorema sulla regolarità delle successioni monotone.
- (ii) Fare un esempio di una successione decrescente $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 999$.

Risposta

(i) _____

cf. 3 CFU

(ii) _____

Domanda 2

[5 punti]

- (i) Dare la definizione del polinomio di Taylor $T_n(x)$ di ordine n di una funzione $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$.
- (ii) Dire se esiste una funzione f tale che il grado di $T_4(x)$ è uguale a 3. Giustificare la risposta.

Risposta

(i) _____

cf. 5 CFU

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x^2-1}}$$

Risoluzione

ch. 3 CFU

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare l'equazione della retta tangente di $f(x) = e^{\sin(x)}$ nel punto $x_0 = 2\pi$.

Risoluzione

L'equazione della retta tangente in x_0 è data da

$$t(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0).$$

$$\text{Abbiamo: } f(x_0) = e^{\sin(2\pi)} = e^0 = 1$$

$$f'(x) = e^{\sin(x)} \cdot \cos(x) \Rightarrow f'(x_0) = e^{\sin(2\pi)} \cdot \cos(2\pi) = e^0 = 1$$

$$\Rightarrow t(x) = 1 + 1 \cdot (x - 2\pi) = x + 1 - 2\pi.$$

Esercizio 3

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$I := \int_0^1 x \cdot \sqrt{x^2 + 3} \, dx$$

Risoluzione

Sost: $x^2 + 3 = t \Rightarrow \frac{dt}{dx} = 2x \Rightarrow x \cdot dx = \frac{dt}{2}$

• $x = 0 \Rightarrow t = 0^2 + 3 = 3$

• $x = 1 \Rightarrow t = 1^2 + 3 = 4$

Quindi

$$I = \frac{1}{2} \int_3^4 \sqrt{t} \, dt = \frac{1}{2} \int_3^4 t^{1/2} \, dt = \frac{1}{2} \cdot t^{3/2} \Big|_3^4 =$$

$$= \frac{1}{2} (4^{3/2} - 3^{3/2}) = \frac{8}{3} - \sqrt{3}$$

Esercizio 4

[8 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di discontinuità, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) = x^2 \cdot \ln|x|$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

dom. \neq CPU