Analisi Matematica 1, Scritto 2-B. Durata della prova: 2 ore **18.2.13**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

Canale

A	B	C	D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Enunciare il criterio della radice per le serie a termini positivi.

(ii) Fare un esempio di una serie convergente e tale che $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Dare la definizione di integrale improprio di una funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ su un intervallo illimitato $[a, +\infty)$.

(ii) Sia $I = \int_3^{+\infty} \frac{1}{x \ln x}\, dx$. Allora ... (motivare la risposta)

[a] $I = 0$ [b] $I = -\ln(\ln 3)$ [c] I diverge [d] I non si può calcolare

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} n^3 \sin\left(\frac{n^2}{n!}\right)$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Disegnare l'insieme $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 2, \quad 3x \le y \le 6\right\}$. Calcolare l'integrale $\iint\limits_D e^{y^2}\,dxdy$.

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Trovare i punti (x, y) che annullano il gradiente della funzione $f(x, y) = y\mathrm{e}^{y-x^2}$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la continuità e la derivabilità in $(1, +\infty)$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x-1)}{x-2} & \text{se } x \neq 2, \\ 1 & \text{se } x = 2. \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[7 punti]

Trovare il dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x^2 \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione