Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **19.7.11**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** .... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di dominio x-semplice.

(ii) Enunciare il teorema di Fubini–Tonelli per un dominio x-semplice.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare le Regole di de l'Hospital.

(ii) Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^x \sin(t^2)\,dt}{x^3}$

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $a_n = \frac{n+1}{n+2}$. Allora la serie numerica $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot (1 - a_n)$

$\boxed{\text{a}}$ non converge $\boxed{\text{b}}$ converge assolutamente $\boxed{\text{c}}$ converge $\boxed{\text{d}}$ è oscillante

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = 0$ e $f(x) \cdot f'(x) \leq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ esiste un unico $c \in \mathbb{R}$ t.c. $f(c) = 0$ $\boxed{\text{b}}$ $f(x) = 0$ per ogni $x \geq 0$

$\boxed{\text{c}}$ esiste un unico $c \in \mathbb{R}$ t.c. $f'(c) = 0$ $\boxed{\text{d}}$ $f(x) = 0$ per ogni $x \leq 0$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ 6x - 3y & \text{se } x \neq 0 \end{cases}$
Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ non esiste $\boxed{\text{b}}$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = -3$ $\boxed{\text{c}}$ $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0) = 0$ $\boxed{\text{d}}$ nessuna della precedenti

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

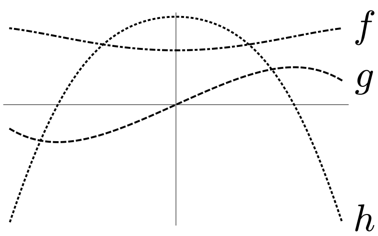
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(3x) - \frac{\sinh(x)}{x}}{\ln(1+x^2)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

In figura sono tracciati i grafici di una funzione u e delle sue derivate u' e u''. Allora



- a $h = u,\ g = u'$ e $f = u''$
- b $f = u,\ g = u'$ e $h = u''$
- c $g = u,\ f = u'$ e $h = u''$
- d $f = u,\ h = u'$ e $g = u''$

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 1 \leq y \leq 5 - |x|\}$ e calcolare la sua misura $|D|$.

Risoluzione