Analisi Matematica 1. Durata della prova: 2 ore **19.2.24**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea:** Ingegneria dell'Informazione

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di successione decrescente

(ii) Descrivere i possibili comportamenti al infinito di una successione decrescente

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il Teorema Fondamentale del Calcolo Integrale

(ii) Calcolare l'equazione della retta tangente t al grafico della funzione $F(x) = \pi - \int_1^x e^{2t^2-1} dt$ nel punto $x_0 = 1$

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \cdot \left(1 - \sqrt[n]{2}\right)^n$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + \ln(1-x) - \dfrac{\sinh(x)}{x}}{1 - \cos(x)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare il gradiente grad $f(x_0, y_0)$ della funzione $f(x, y) = \dfrac{\sqrt{x+y}}{y}$ nel punto $(x_0, y_0) = (3, -2)$

Risoluzione

Esercizio 4

[5 punti]

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 \cdot \left(e^y - 1\right)}{x^4 + 2y^4} - 3\sin(x) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Disegnare il dominio $X := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ x \leq 0 \leq y\right\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_X \frac{x^2 \cdot y}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dx\, dy$$

Risoluzione