Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** .... **Canale:** $\boxed{\text{A}}$ $\boxed{\text{B}}$ $\boxed{\text{C}}$ $\boxed{\text{E-A}}$ $\boxed{\text{08/09}}$

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di estremo inferiore per un insieme $D \subset \mathbb{R}$.

(ii) Fare un esempio di un sottoinsieme dei numeri razionali $\mathbb{Q}$ che ha estremo inferiore, ma non minimo.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema sulla formula di Taylor con il resto di Peano.

(ii) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 4 di $f(x) = \ln(\cosh(x))$ in $x_0 = 0$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}^0(\mathbb{R})$ tale che $\lim_{x \to 0} x \cdot f\big(1/x\big) = 0$. Allora

- a $f(x) \sim e^x$ per $x \to 0$
- b $f(x) = o(x)$ per $x \to \pm\infty$
- c f ammette massimo e minimo in $\mathbb{R}$
- d f é monotona decrescente

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Posto $a_n = \ln(1 + 1/n)$, $b_n = \ln(1 - 1/n)$, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$

- a diverge a $+\infty$
- b converge
- c oscilla
- d diverge a $-\infty$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tale che la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ di f in $(0,0)$ é una funzione *non* lineare di $v = (v_1, v_2)$. Allora

- a f non é differenziabile in $(0,0)$
- b $f(0,0) = 0$
- c f non é continua in $(0,0)$
- d f non é derivabile in $(0,0)$

(Sugg.: Utilizzare il Teorema del Gradiente)

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\big((n-1/2)\cdot\pi\big)}{2n+e^n}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^\alpha}{\ln(1-x)+\frac{\sin(-x)}{x}+e^x}$$

sia diverso da 0.

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Calcolare

$$\iint_X 2\,xy\;dx\,dy$$

ove $X = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \in [1, 3],\ \frac{1}{y} \le x \le \frac{2}{y}\right\}$.

(In alternativa per i soli studenti immatricolati nel 2008/2009:

Studiare i punti critici della funzione $f(x, y) = 2x^3y^3 + 3(x^2 + y^2)$)

Risoluzione