Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C E-A 08/09

Domanda 1

[3+2 punti]

(i) Dare la definizione di derivata di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in \mathbb{R}$.

(ii) Scrivere l'equazione della retta tangente t a $f(x) = 2x^2$ nel punto $x_0 = 1/3$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3+2 punti]

(i) Enunciare il Teorema fondamentale del calcolo integrale.

(ii) Calcolare la derivata di $f(x) = \int_2^x \frac{\sin(t)}{t}\, dt$ in $x = 3$.

Risposta

(i)

(ii)

facsimile

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione e sia $s_0 = \sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\}$. Allora

- [a] Se $s_0 < +\infty$, allora $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge
- [b] $a_n < s_0$ definitivamente
- [c] Se $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge, allora $\lim_{n\to+\infty} a_n = s_0$
- [d] $\forall\, \epsilon > 0\ \exists\, n \in \mathbb{N}$ tale che $a_n + \epsilon > s_0$

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

La funzione $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot (1 - e^x)$ é

- [a] dispari
- [b] derivabile in $\mathbb{R}$
- [c] limitata
- [d] non derivabile in 0

Risoluzione

Esercizio 3 **[3 punti]**

Sia $f \in \mathrm{C}(\mathbb{R})$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = 4$. Allora

- [a] $\displaystyle\int_0^1 f(x)^2\,dx = 16$
- [b] $\displaystyle\int_{-1}^0 f(-x)\,dx = -4$
- [c] $\exists\, x \in [0,1]$ tale che $f(x) \geq 4$
- [d] $f(x) > 0$ per $x \in [0,1]$

Risoluzione

facsimile

Esercizio 4

[4 punti]

Data la funzione $f(x,y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$, $f(0,0) = 0$, stabilire se

- f é continua in $(0,0)$,
- f é derivabile in $(0,0)$,
- f é differenziabile in $(0,0)$.

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\big(\cos(4x)\big) + x^4}{\sin^2(4x) - \sin(4x^2)}$$

Risoluzione

facsimile

Esercizio 6

[5 punti]

Studiare dominio X, simmetrie, zeri, limiti alla frontiera di X ed estremi locali della funzione $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{\ln|x|}}$ tracciandone un grafico approssimativo.

Risoluzione

facsimile