

**Domanda 1**

[4 punti]

- (i) Enunciare il criterio del rapporto per le serie numeriche.
- (ii) Dire per quale  $q \in \mathbb{R}$  e a quale somma  $s \in \mathbb{R}$  converge la serie geometrica  $\sum_{n=0}^{+\infty} q^n$ .

**Domanda 2**

[4 punti]

- (i) Dare la definizione di derivabilità di una funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  nel punto  $x_0 = \pi$ .
- (ii) Scrivere l'equazione della retta tangente  $t$  al grafico di  $f(x) = \ln(1 + e^{\sin(x)})$  nel punto  $x_0 = \pi$ .

**Esercizio 1**

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{\sin(x)} - 1}{\cos(x) - 1}$$

**Esercizio 2**

[5 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$$

**Esercizio 3**

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale  $D_v f(2, 1)$  per la funzione  $f(x, y) = \frac{y}{x}$  e il versore  $v = (\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ .**Esercizio 4**

[4 punti]

Studiare la derivabilità parziale nel punto  $(x_0, y_0) = (0, 1)$  della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} (1+x) \cdot y & \text{se } x \geq 0 \\ (1-x) \cdot y & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

**Esercizio 5**

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x^3}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.