Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **2.7.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza per una serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$.

(ii) Dire se esiste una serie a termini negativi che non ammette somma (ne finita, ne infinita). Giustificare la risposta.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f \in C^1[-1,1]$ tale che $f(1) = 0$ e $\int_{-1}^{1}(1+x)\cdot f'(x) = 0$. Allora

a $f(-1) = 0$

b $f'(x) = 1 - 3x$ per $x \in [-1,1]$

c esiste $c \in (-1,1)$ tale che $f(c) = 0$

d f è costante

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{n\to+\infty} n^4\Big(\sin\big(\tfrac{1}{n^2}\big) - \sin^2\big(\tfrac{1}{n}\big)\Big)$$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\ln(2)} \frac{e^x}{4+e^{2x}}\,dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Data la funzione $f(x, y, z) = \sin(y-x)+z$ calcolare il versore v per cui la derivata direzionale $D_v(1, 1, 1)$ è massimo.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0, 0)$ della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \ln\big(|x+2| \cdot (1-x)\big)$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione