

**Domanda 1**

[4 punti]

- (i) Dare la definizione di convergenza di una successione  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  al limite  $l \in \mathbb{R}$ .
- (ii) Fare l'esempio di una successione con  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = e$ .

**Domanda 2**

[4 punti]

- (i) Enunciare il teorema degli zeri.
- (ii) Verificare che l'equazione  $x^2 = \ln(2 - x)$  ammette una soluzione  $x \in [0, 1]$ .

**Esercizio 1**

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin(x) - \cosh(x)}{\ln(1+x) \cdot (\cos(x) - 1)}$$

**Esercizio 2**

[5 punti]

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_e^{+\infty} \frac{\ln(2x)}{x^2} dx$$

**Esercizio 3**

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale  $D_v f(-1, 2)$  per  $f(x, y) = x^3 \cdot y$  e il versore  $v = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ .**Esercizio 4**

[4 punti]

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  della funzione  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x, y) = (|x| - 1) \cdot (y + 1)$$

**Esercizio 5**

[6 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^{-x}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.