Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **21.11.10**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di $f(x) = o\big(g(x)\big)$ per $x \to c$.

(ii) Fare un esempio di f tale che $f(x) = o\big(\sin(x)\big)$ per $x \to \pi$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il principio di induzione.

(ii) Verificare che $4n^3 - n$ è divisibile per 3 per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione tale che $a_{n+9} = a_n$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora

a $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge b $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ diverge c $\sup\{a_n : n \in \mathbb{N}\} < +\infty$ d $a_n \geq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $f \in \mathrm{C}[a, b]$ e $c \in (a, b)$ tale che $f(c) = 0$. Allora

a f è derivabile in $x = c$ b $f(a) \cdot f(b) < 0$

c $f(x) = o(1)$ per $x \to c$ d $f(x) \sim x - c$ per $x \to c$

Risoluzione

Esercizio 3

[3 punti]

Il polinomio di Mc Laurin di ordine 5 della funzione $f(x) = \cos\big(\sin(x)\big) - 1$ è dato da

a $x - \dfrac{x^3}{6}$ b $-\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^4}{24}$ c $-\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{5x^4}{24}$ d $\dfrac{x^5}{5!}$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{e^{\cos(x)} - e^{\frac{\sin(x)}{x}}}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Verificare che la funzione $f(x) = x^3 + x^2 + x - 1$ ha un unico zero e calcolarne un valore approssimativo con un errore $< \frac{1}{8}$.

Risoluzione

Esercizio 6

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \frac{5x^3+4x}{20(x-1)(x+1)}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione