

Domanda 1

[4 punti]

- (i) Enunciare il Teorema di Lagrange.
- (ii) Calcolare i punti di Lagrange della funzione $f : [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := x \cdot \ln(x)$

Domanda 2

[4 punti]

- (i) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (ii) Studiare la monotonia della funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x (t-1)(t+2) \cdot e^{-t^2} dt$

Esercizio 1

[5 punti]

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^2 + \pi} - n}{n}$$

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare la retta tangente al grafico della funzione $f(x) := \frac{x^2}{x+1}$ nel punto $x_0 = 1$.**Esercizio 3**

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cosh(x) - x}{\sin(x) - x}$$

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(2, 1)$ della funzione $f(x, y) = x^2 - 2xy$ per il vettore $v = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$ **Esercizio 5**

[6 punti]

Disegnare l'insieme $X := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 2x \leq y \leq x + 1\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_X 2xy \, dx \, dy$$