Analisi Matematica 1, Scritto 3-A. Durata della prova: 2 ore **23.6.08**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di estremo superiore di un insieme $A \subset \mathbb{R}$.

(ii) Se $A \neq \emptyset$ e $\sup A = \inf A$ allora cosa si puo' dire di A?

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare, con le appropriate ipotesi, la formula di integrazione per sostituzione.

(ii) Calcolare $\int \sin(x^2+1) \cdot x \, dx$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \begin{cases} 6x+y & \text{se } y \neq 0 \\ 3 & \text{se } y = 0 \end{cases}$ allora

$\boxed{\text{a}}$ $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 6, \quad \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$

$\boxed{\text{b}}$ $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$

$\boxed{\text{c}}$ $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 0, \quad \dfrac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 1$

$\boxed{\text{d}}$ f non è derivabile parzialmente in $(0,0)$

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ tale che $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = 2$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge

$\boxed{\text{b}}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} (a_n)^n$ converge

$\boxed{\text{c}}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge

$\boxed{\text{d}}$ $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{a_n}\right)^n$ converge

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \big(1+\sin(3x)\big)^{\frac{1}{\ln(1-2x)}}$$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ f è crescente

$\boxed{\text{b}}$ $\lim_{x\to 0} f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$

$\boxed{\text{c}}$ $\lim_{x\to 0} \left|f\left(\frac{1}{x}\right)\right| = +\infty$

$\boxed{\text{d}}$ esiste $x \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) = 0$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{5+\sin^2(x)}\, dx$.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Trovare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2(y - 1) + y^2(y + 1)$ e classificarli.

Risoluzione