Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **23.7.13**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** ..... **Canale** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza semplice per una serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.

(ii) Fare un esempio di una serie tale che $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = 1$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(a) \cdot f(b) > 0$. Allora

a $\inf\{f(x) : x \in (a, b)\} > -\infty$

b $f(a) < 0$ e $f(b) < 0$

c f non ha zeri

d non vale nessuna delle risposte precedenti

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 1} \frac{e^{x^2} - e^{\frac{1}{x}} + \ln(x)}{\sin(\pi x)}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se converge, l'integrale definito

$$\int_1^e \frac{\sqrt[3]{\ln(x)}}{x}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Trovare i punti (x_0, y_0) in cui il piano tangente al grafico di $f(x,y) = (x+y) \cdot e^{-xy}$ è orizzontale.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la continuità, la derivabilità e la differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0,0)$ della funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{|4x^3 - 3y^4|}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[7 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) = \dfrac{|x|}{x^2 - x - 2}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione