Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **24.9.09**

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
E6	
Σ	

Domanda 1 **[2+3 punti]**

(i) Dare la definizione di estremo inferiore di un insieme $A \subset \mathbb{R}$.

(ii) Trovare sup e inf dell'insieme

$$A := \left\{ 2 + \frac{(-1)^n}{n^2+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2 **[2+3 punti]**

(i) Enunciare il criterio del rapporto per le serie numeriche.

(ii) Studiare il comportamento della serie $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n \cdot \frac{n!}{n^n}$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1 **[3 punti]**

Sia data la funzione $f(x) = \sin(x) + 2x$. Allora la derivata della funzione inversa $f^{-1}(y)$ nel punto $y = 2\pi$ vale

a $\dfrac{1}{\pi + 1}$ b $\dfrac{1}{3}$ c 1 d $+\infty$

Risoluzione

Esercizio 2 **[3 punti]**

Sia $f(x, y) := g(x)$ ove $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è una funzione discontinua in tutti i punti. Allora

a esiste $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$ b esiste $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$

c esiste $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y}$ d non può esistere nessuna derivata parziale di f

Risoluzione

Esercizio 3 **[4 punti]**

Sia f derivabile tale che $\int_0^x f(s)\, ds = x^2 \cdot f(x)$, allora

a $f(0) < 0$ b $f(1) + f'(1) = 0$ c $f(0) > 0$ d $f(1) - f(0) = 0$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln\big(1-\sin(x)\big)}{\sqrt[3]{1-\cos(x)}} \cdot \left|\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)\right| = \boxed{}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Trovare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^6 + y^3 - 3x^2y$ e classificarli.

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Calcolare l'integrale indefinito

$$\int \frac{\sin x}{e^{\tan x} \cdot \cos^3 x}\, dx$$

Risoluzione