Analisi Matematica 1, Scritto 2-A. Durata della prova: 2 ore **24.1.12**

Firma: .....

Cognome: ..... **Nome:** .....

Matricola: ..... **Corso di Laurea:** ..... **Canale:** A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[1+2 punti]

(i) Dare la definizione del limite $\lim_{n\to+\infty} x_n = l$ per $l \in \mathbb{R}$.

(ii) Dire se esiste una successione limitata $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ per cui non esiste $\lim_{n\to+\infty} x_n$. (Giustificare la risposta.)

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[3 punti]

Sia $F(x) = e^{x^2} - 1$ una primitiva di $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Allora

a $f(x) = 2x\, e^{x^2} + c$ per ogni $c \in \mathbb{R}$

b $f(x) = \int_0^x F(t)\, dt$

c non esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $F(x) = \int_c^x f(t)\, dt$

d $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$

Risposta

Esercizio 1

[3 punti]

Studiare il comportamento della serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{n+\sqrt[4]{n^9+3}}$

Risoluzione

Esercizio 2

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x-\sin x}{\sqrt[4]{x^5}\cdot\big(\cos 3x-1\big)}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Data la funzione $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ stabilire se è continua ed esiste f_x nel punto $(0,0)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'integrale

$$\iint_D \frac{x^3 y}{\left(x^2+y^2\right)^2}\, dx\, dy$$

dove $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 4,\ x \geq 0,\ y \geq 0\right\}$.

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \dfrac{-e^{2x}}{\sqrt{x^2-3}}$ (senza calcolare f'') e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione