**Analisi Matematica 1. Durata della prova: 2 ore** **–A–** **24.1.23**

**Cognome** ..... **Nome** .....

**Matricola** ..... **Corso di Laurea:** Ingegneria dell'Informazione

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[4 punti]**

(i) Dare la definizione di continuità di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nel punto $x_0 \in \mathbb{R}$.

(ii) Studiare la continuità in $x_0 = 0$ della funzione

$$f(x) := \begin{cases} x^{-1} \cdot \sin(x^2) & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

**Risposta**

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[4 punti]**

(i) Enunciare il teorema di Lagrange.

(ii) Calcolare i punti di Lagrange della funzione $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) := 2x + \sin(x)$.

**Risposta**

(i)

(ii)

## Esercizio 1

**[5 punti]**

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x + \cos(x) - \sin(x) - 2}{\sinh(x) \cdot \ln(1 + x^2)}$$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[5 punti]**

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} (x - 1) \cdot e^{-2x} \, dx$$

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[4 punti]**

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(2,1)$ per $f(x,y) = \dfrac{x-2y}{1+x^2}$ e il versore $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[4 punti]**

Studiare la derivabilità parziale in $(x_0, y_0) = (0,0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = |y| \cdot \sqrt{x^2 + 2y^2}$$

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[6 punti]**

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = e^{\frac{x-1}{x^2}}$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

### Risoluzione