Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **25.7.16**

Firma: ....

Cognome .... **Nome** .... **A.A.** ....

Matricola .... **Corso di Laurea** ....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di derivata $f'(x_0)$ per una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$.

(ii) Calcolare l'equazione della retta tangente t di $f(x) = \frac{x^2+2}{2x-1}$ nel punto $x_0 = 1$.

Risposta

(i)

cfr. compito chimica

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che la funzione $f(x) = x^5 - 5x + 1$ ammette uno zero nel intervallo $[0, 1]$.

Risposta

(i)

cfr. compito chimica

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt{4n^2-3n}-2n$$

Risoluzione

cfr. compito Chimica

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare il polinomio di Maclaurin di ordine 4 della funzione $f(x) = \ln(1+x)\cdot\big(1-\cos(x)\big)$.

Risoluzione

cfr. compito chimica

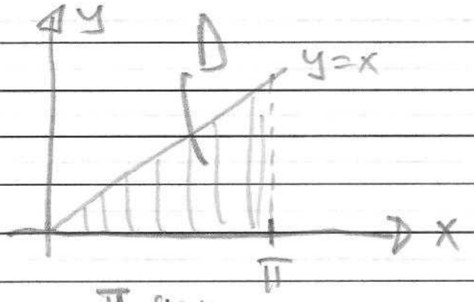
Esercizio 3

[5 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le \pi,\ 0 \le y \le x\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$I := \iint_D \sin(x)\,dx\,dy$$

Risoluzione



D è y-semplice. Quindi con Fubini-Tonelli risulta

$$I = \int_0^{\pi} \int_{y=0}^{y=x} \sin(x)\,dy\,dx = \int_0^{\pi} [y\cdot \sin(x)]_{y=0}^{y=x}\,dx = \int_0^{\pi} \underbrace{x}_{f}\cdot \underbrace{\sin(x)}_{g'}\,dx$$

$$= \underbrace{x}_{f}\cdot \underbrace{(-\cos(x))}_{g}\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \underbrace{1}_{f'}\cdot \underbrace{(-\cos(x))}_{g}\,dx$$

$$= -\pi\cdot \underbrace{\cos(\pi)}_{=-1} + \int_0^{\pi} \cos(x)\,dx = \pi + \sin(x)\Big|_0^{\pi} = \pi$$

Esercizio 4

[4 punti]

Studiare la convergenza del limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2-y^2}-1}{x^2+y^2} =: f(x,y).$$

Risoluzione

$e^t - 1 \sim t$ per $t \to 0$

Poniamo $y = mx$ per $m \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow$

$$f(x,mx) = \frac{e^{x^2(1-m^2)}-1}{x^2(1+m^2)} \sim \frac{x^2(1-m^2)}{x^2(1+m^2)} = \frac{1-m^2}{1+m^2}$$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x,mx) = \frac{1-m^2}{1+m^2}$ dipende da m

$\Rightarrow \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ non esiste.

Esercizio 5

[6 punti]

Studiare la funzione $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

cfr. compito chimica