Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **25.9.09**

Cognome: .... **Nome:** ....

Matricola: .... **Corso di Laurea:** ....

Domanda 1

[2+3 punti]

(i) Dare la definizione di derivabilità di una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ in $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Dimostrare che se f é derivabile in x_0, allora é anche continua in x_0.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[2+3 punti]

(i) Enunciare il Teorema della formula di Taylor con il resto di Lagrange.

(ii) Dare una stima dell'errore che si commette approssimando $e^{\sqrt{3}}$ con il valore $1 + \sqrt{3}$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[3 punti]

Sia $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione tale che $a_n = 1$ per $n < 10^9$ e $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ per $n \geq 10^9$. Allora

$\boxed{\text{a}}$ a_n è definitivamente positiva

$\boxed{\text{b}}$ a_n è oscillante

$\boxed{\text{c}}$ a_n è definitivamente minore di 1

$\boxed{\text{d}}$ a_n non è limitata

Risoluzione

Esercizio 2

[3 punti]

Sia $D \subset \mathbb{R}$ and $x \in D$. Che cosa significa che f è continua in x?

$\boxed{\text{a}}$ Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ t.c. $|y - x| < \delta$ per ogni $y \in D$ con $|f(y) - f(x)| < \varepsilon$

$\boxed{\text{b}}$ Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ t.c. $|f(y) - f(x)| < \varepsilon$ per ogni $y \in D$ con $|y - x| < \delta$

$\boxed{\text{c}}$ Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per $\delta > 0$ si ha $|f(y) - f(x)| < \varepsilon$ per ogni $y \in D$ con $|y - x| < \delta$

$\boxed{\text{d}}$ Per ogni $\varepsilon > 0$ e per ogni $\delta > 0$ si ha $|f(y) - f(x)| < \varepsilon$ per ogni $y \in D$ con $|y - x| < \delta$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Se $|a - 10| \leq 2$ e $|b - 10| \leq 3$, allora

$\boxed{\text{a}}$ $|a - b| \leq 5$ $\boxed{\text{b}}$ $|a - b| \leq 2$ $\boxed{\text{c}}$ $|a - b| \leq -2$ $\boxed{\text{d}}$ $|a - b| \geq 1$

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{8x^2\cos(2x) - 2\ln(1+4x^2)}{7x^2\tan(x^4)}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[4 punti]

Calcolare

$$\int \frac{1}{4x^2+12x+10}\,dx$$

Risoluzione

Esercizio 6

[4 punti]

Studiare i punti critici di di $f(x, y) = -x^3 + x^2 + y^2 - xy^2 + 4x - 4$.

Risoluzione