Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **25.1.17**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Dare la definizione di convergenza di una serie $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k$.

(ii) Fare l'esempio di una serie con $\sum_{k=1}^{+\infty} a_k = 1$.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema degli zeri.

(ii) Verificare che la funzione $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + x) + x - 1$ ammette uno zero.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \sinh(x) - \cos(x)}{1 - \cos(x)}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se converge, l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{2+3x}{2\sqrt{x}}\, dx$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Calcolare la derivata direzionale $D_v f(1,-2)$ per $f(x,y) = x \cdot y^2$ e il versore $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Risoluzione

Esercizio 4

[5 punti]

Studiare la continuità, derivabilità e differenziabilità in $(x_0, y_0) = (0,0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(x)\cdot y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Risoluzione

Esercizio 5

[5 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti e punti di estremo locale della funzione $f(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x - 3}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione