

Cognome Nome

Matricola Corso di Laurea

Domanda 1

[4 punti]

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

(i) Dare la definizione di convergenza assoluta per una serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$.

(ii) Fare un esempio di una serie tale che $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n| = 2$.

Risposta ± 0

(i) $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge assolutamente se la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} |a_n|$ converge (e viceversa)

(ii) p.e. $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$

Domanda 2

[3 punti]

Sia $f \in C^1[a, b]$ tale che $f'(a) \cdot f'(b) < 0$. Allora

a) f è decrescente

b) f ha un unico punto di massimo in $[a, b]$

c) f ha un punto critico in $[a, b]$

d) esiste $c \in [a, b]$ tale che $f(c) = 0$

Risposta

Dal teor. degli zeri segue che $\exists c \in (a, b)$ t.c.

$f'(c) = 0 \Rightarrow c$ è un pto. critico

Esercizio 1

[6 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh(x) - e^{-x} - \sin(x)}{x^3} = \frac{1}{3}$$

Risoluzione

ch. capito da 2 CPA

Esercizio 2

[6 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_1^e \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx = 4 - 2\sqrt{e}$$

Risoluzione

ch. capito 2 CPA

Esercizio 3

[5 punti]

Trovare i punti $x_0 \in \mathbb{R}^2$ in cui la retta tangente al grafico di $f(x) = x^2 \cdot e^x$ è orizzontale.

Risoluzione

• retta tangente orizzontale in $x_0 \Leftrightarrow f'(x_0) = 0$.

$$\bullet f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = (x^2 + 2x) \cdot e^x \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\begin{aligned} \parallel \\ 0 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2x = x(x+2) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = \begin{cases} 0 & \text{opp.} \\ -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Allora i pts. sono $x_0 = 0$ e $x_1 = -2$

Esercizio 4

[8 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) = x \cdot e^{\frac{x-1}{x-2}}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

cf. capito 9 CPA