

Cognome: Nome:

Matricola: Corso di Laurea:

Domanda 1

[5 punti]

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
Σ	

- (i) Per $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dare la definizione di funzione continua in x_0 .
- (ii) Disegnare il grafico di una funzione continua in $x = -2$ e non continua in $x = -1$.

Risposta

(i) _____

cfr. compito Ing. Informazione

(ii) _____

Domanda 2

[5 punti]

- (i) Enunciare il teorema di Rolle.
- (ii) Disegnare il grafico di una funzione con derivata nulla in $x = 3$.

Risposta

(i) _____

cfr. compito Ing. Informazione

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \ln(1+x^2)}{x^4}$$

Risoluzione

cf. capitolo Integ. differenziale

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 x \cdot \sqrt{1+x^2} dx =: I$$

Risoluzione

Sost: $1+x^2 = t \Rightarrow \frac{dt}{dx} = 2x$ cioè $x \cdot dx = \frac{1}{2} dt$

• $x=0 \Rightarrow t=1+0^2=1$

• $x=1 \Rightarrow t=1+1^2=2$

$$\Rightarrow I = \int_1^2 \sqrt{t} \cdot \frac{1}{2} dt$$

$$= \frac{1}{2} \int_1^2 t^{1/2} dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot t^{3/2} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (2^{3/2} - 1^{3/2}) = \frac{1}{3} (\sqrt{8} - 1)$$

Esercizio 3

[5 punti]

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x) = \ln(7 + 3x^2)$ nel punto $x_0 = 1$.

Risoluzione

$$f(x) = f(1) + f'(1) \cdot (x - 1)$$

$$\bullet f(1) = \ln(7 + 3 \cdot 1^2) = \ln(10)$$

$$\bullet f'(x) = \frac{1}{7 + 3x^2} \cdot 3 \cdot 2x = \frac{6x}{7 + 3x^2} \Rightarrow$$

$$f'(1) = \frac{6}{7 + 3 \cdot 1^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = \ln(10) + \frac{3}{5}(x - 1)$$

Esercizio 4

[7 punti]

Trovare il dominio, eventuali zeri, asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione $f(x) = \frac{x-4}{e^x}$ e tracciarne un grafico approssimativo.

Risoluzione

cf. capitolo 2.7.2. in funzione