Analisi Matematica (1) **Durata della prova: 2 ore** **27.6.23**

Cognome ..... **Nome** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

(ii) Determinare una primitiva della funzione $f(x) = e^{(x^2)}$, $x \in \mathbb{R}$.

Risposta

(i)

(ii)

Domanda 2

[4 punti]

(i) Dare la definizione di continuità di una funzione $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ nel punto $x_0 \in (a, b)$.

(ii) Trovare $\alpha > 0$ tale che la funzione $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x)}{\ln(1-\alpha x)} & \text{se } x < 0 \\ 2\cos(x) & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ risulta continua in $x_0 = 0$.

Risposta

(i)

(ii)

Esercizio 1

[4 punti]

Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{2n^2 + 3n + 4}{5n^2 + 6n + 7} \right)^{8n}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) \cdot \cos(x) - x}{x^3}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[5 punti]

Trovare gli estremi locali e intervalli di monotonia della funzione $f(x) = x \cdot e^{(2x^2 - 5x + 1)}$ per $x \in \mathbb{R}$.

Risoluzione

Esercizio 4

[4 punti]

Calcolare l'equazione del piano tangente $p(x, y)$ al grafico della funzione $f(x, y) = \dfrac{5xy}{1 + x^2}$ nel punto $(x_0, y_0) = (2, -1)$.

Risoluzione

Esercizio 5

[6 punti]

Disegnare l'insieme $X = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 2 - x\right\}$ e calcolare la sua misura $|X|$.

Risoluzione