**Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore** **27.7.15**

Firma: .....

**Cognome** ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

**Matricola** ..... **Corso di Laurea** .....

| | |
|---|---|
| D1 | |
| D2 | |
| E1 | |
| E2 | |
| E3 | |
| E4 | |
| E5 | |
| $\Sigma$ | |

## Domanda 1

**[4 punti]**

(i) Se $A \subset \mathbb{R}$, dare la definizione di $\sup A$ e $\max A$.

(ii) Se $A = \{\frac{n-4}{n+9} : n \in \mathbb{N}\}$, calcolare, se esistono, $\sup A$ e $\max A$.

### Risposta

(i)

(ii)

## Domanda 2

**[4 punti]**

(i) Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $x_0 \in \mathbb{R}$, dare la definizione di funzione $f$ continua in $x_0$.

(ii) Disegnare il grafico di una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ che è continua in 4 e discontinua in 3.

### Risposta

(i)

(ii)

## Esercizio 1

**[4 punti]**

Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x\to 3} \frac{(x-3)^5 \cdot \ln[(x-2)^7]}{1-\cos[(x-3)^5]}$$

### Risoluzione

## Esercizio 2

**[4 punti]**

Studiare il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1}{1+\sqrt{n}} \right)^2$$

### Risoluzione

## Esercizio 3

**[5 punti]**

Disegnare l'insieme $D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9,\ x \leq y\right\}$ e calcolare l'integrale

$$\iint\limits_D \frac{3\,xy^2}{x^2 + y^2}\,dxdy.$$

### Risoluzione

## Esercizio 4

**[5 punti]**

Calcolare la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0)$ per $f(x, y) = \frac{x^2 y - 1}{x}$, $(x_0, y_0) = (\frac{1}{3}, 2)$ e $v = \frac{1}{5}(-3, 4)$.

### Risoluzione

## Esercizio 5

**[6 punti]**

Trovare il dominio, zeri, eventuali asintoti, intervalli di monotonia e punti di estremo locale della funzione

$$f(x) = \ln\left(x + \frac{1}{4x}\right)$$

e tracciarne un grafico approssimativo.

### Risoluzione