Analisi Matematica 1, Scritto 1-A. Durata della prova: 2 ore **28.1.13**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

Canale A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ in un punto (x_0, y_0).

(ii) Dire se $f(x, y) = e^{xy}\sqrt{x}$ è differenziabile in $(1, 0)$, giustificando la risposta.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema di Weierstraß.

(ii) Sia $f : [0, 5] \to \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+2x}}$. Allora risulta che

a f non ammette minimo in $[0, 5]$

b il massimo di f è $\dfrac{5}{\sqrt{11}}$

c il massimo di f è $\dfrac{2}{\sqrt{13}}$

d f non ammette massimo

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{\left(\sqrt{x-2}\right)^3 \cdot \ln\left((x-1)^2\right)}{(x^2-4)^{\frac{5}{2}}}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1-\cos\left(n^{-\frac{1}{5}}\right)}{\sqrt{n}}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9,\ y \geq 0\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}\, dx\, dy$$

Risoluzione

Esercizio 4

[3 punti]

Data la funzione $f(x, y) = \left(\frac{x-2}{y+\ln x}\right)^5$, calcolare f_x e f_y.

Risoluzione

Esercizio 5

[8 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \ln\left(\sqrt{1-2x}\right)$ e tracciarne un grafico approssimativo. Calcolare inoltre l'area della regione compresa tra il grafico di f, l'asse x e le rette $x = -1$ e $x = 0$.

Risoluzione