Analisi Matematica 1, Scritto 1-B. Durata della prova: 2 ore **28.1.13**

Firma: .....

Cognome ..... **Nome** ..... **A.A.** .....

Matricola ..... **Corso di Laurea** .....

Canale A B C D

D1	
D2	
E1	
E2	
E3	
E4	
E5	
Σ	

Domanda 1

[3 punti]

(i) Dare la definizione di differenziabilità per $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ in un punto (x_0, y_0).

(ii) Dire se $f(x, y) = e^{xy}\sqrt{y}$ è differenziabile in $(0, 1)$, giustificando la risposta.

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Domanda 2

[4 punti]

(i) Enunciare il teorema di Weierstraß.

(ii) Sia $f : [2, 6] \to \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$. Allora risulta che

a f non ammette massimo in $[2, 6]$

b il massimo di f è $\dfrac{6}{\sqrt{11}}$

c f non ammette minimo in $[2, 6]$

d il massimo di f è $\dfrac{5}{9}$

Risposta

(i) _____

(ii) _____

Esercizio 1

[5 punti]

Calcolare, se esiste, il limite

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{\left(\sqrt{2-x}\right)^3 \cdot \ln\left((x-1)^2\right)}{(4-x^2)^{\frac{5}{2}}}$$

Risoluzione

Esercizio 2

[5 punti]

Studiare la convergenza della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1-\cos\left(n^{-\frac{3}{5}}\right)}{\sqrt[3]{n^2}}$$

Risoluzione

Esercizio 3

[4 punti]

Disegnare il dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4,\ x \leq 0\}$ e calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{xy^2}{x^2+y^2}\, dx\, dy$$

Risoluzione

Esercizio 4

[3 punti]

Data la funzione $f(x,y) = \left(\frac{y+\ln x}{x-2}\right)^5$, calcolare f_x e f_y.

Risoluzione

Esercizio 5

[8 punti]

Trovare il dominio, eventuali simmetrie, zeri, punti di estremo locale ed asintoti della funzione $f(x) = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)$ e tracciarne un grafico approssimativo. Calcolare inoltre l'area della regione compresa tra il grafico di f, l'asse x e le rette $x = \frac{3}{2}$ e $x = 2$.

Risoluzione